Gymnasium Essen Nord-Ost

Beispiel für einen schulinternen Lehrplan zum Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe

Mathematik

Inhalt

1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Gymnasium Essen Nord-Ost (GENO)

Das GENO ist ein vierzügiges Gymnasium mit gebundenem Ganztag mit erweiterten Bildungsangeboten, an dem zurzeit 820 Schülerinnen und Schüler von 80 Lehrpersonen unterrichtet werden. Für den Jahrgang 5 und 6 werden zusätzlich Seiteneinsteigerklassen gebildet, in denen pro Schuljahr etwa 40 Kinder in das deutsche Schulsystem integriert werden.

Das GENO liegt am nördlichen Rande des inneren Bereichs der Stadt Essen mit etwa 575000 Einwohnern im Stadtbezirk V. Das Einzugsgebiet ist jedoch im Wesentlichen auch auf die Bezirke I und VI ausgedehnt. Im wirtschaftlichen Leben der Stadt spielen kleinere verarbeitende Industriebetriebe, mit denen die Schule an geeigneten Stellen immer wieder kooperiert, eine bedeutende Rolle. Das Umland im Ruhrgebiet ist im Wesentlichen vom Strukturwandel, dem tertiären Sektor und vielen Großunternehmen geprägt. Die Schulgemeinde ist von einer hohen kulturellen Pluralität geprägt. Die Wurzeln der Eltern der Kinder finden sich in weit über 60 verschiedenen Nationen wieder. Etwa 80% der Schülerinnen und Schüler haben einen Migrationshintergrund. Der sozioökonomische Status ist für ein Gymnasium als sehr gering anzusiedeln.

In unserem Schulprogramm ist als wesentliches Ziel der Schule beschrieben, die Lernenden als Individuen mit jeweils besonderen Fähigkeiten, Stärken und Interessen in den Blick zu nehmen. Es ist ein wichtiges Anliegen, durch gezielte Unterstützung des Lernens die Potenziale jeder Schülerin und jedes Schülers in allen Bereichen optimal zu entwickeln. Um dieses Ziel zu erreichen, ist eine gemeinsame Vorgehensweise aller Fächer erforderlich. In einem längerfristigen Entwicklungsprozess arbeitet die Schule daran, die Bedingungen für erfolgreiches und individuelles Lernen zu verbessern. Durch eine verstärkte Zusammenarbeit und Koordinierung der Fachbereiche werden Bezüge zwischen Inhalten verschiedener Fächer hergestellt. Es ist ein fächerübergreifendes Konzept für Schulaufgaben und Lernzeiten entwickelt. Im Nachmittagsunterricht erhalten Schülerinnen und Schüler sowohl Regelunterricht als auch im Rahmen von Projekten und Arbeitsgemeinschaften erweiterte Bildungsangebote.

Die Fachgruppe Mathematik

Die Fachgruppe Mathematik umfasst derzeit 16 Lehrkräfte und zwei Referendare. Von den Lehrkräften besitzen alle die Fakultas für die Sekundarstufe I und 14 Lehrkräfte zusätzlich die Fakultas für die Sekundarstufe II. Alle Kolleginnen und Kollegen aus der Sekundarstufe II unterrichten ebenfalls in der Sekundarstufe I. Der Unterricht ist darauf abgestimmt, dass den Schülerinnen und Schülern der Wechsel in die Oberstufe unseres Gymnasiums gut gelingen kann. Mit den umliegenden Realschulen ist ein Konzept für den Übergang an unser Gymnasium vereinbart worden, zudem stimmen sich die Fachkolleginnen und -kollegen der Eingangsphase mit den hiesigen Grundschulen ab.

Die Fachkonferenz tritt mindestens einmal pro Schulhalbjahr zusammen, um notwendige Absprachen zu treffen. In der Regel nehmen auch ein Mitglied der Elternpflegschaft sowie die gewählte Schülervertretung beratend an den Sitzungen teil. Zusätzlich treffen sich die Kolleginnen und Kollegen innerhalb jeder Jahrgangsstufe zu weiteren Absprachen regelmäßig. Dieses Vorhaben wird durch die Schulleitung unterstützt und wenn möglich durch einen angepassten Stundenplan begünstig. Die Fachschaft trifft sich in der Regel zusätzlich einmal pro Halbjahr zum Austausch von Information und Konzepten aus besuchten Fortbildungen oder läd einen Referenten ein (z.B. Schulung zum graphikfähigen Taschenrechner).

Um die Lehrkräfte bei der Unterrichtsplanung zu unterstützen, werden eigene ausgearbeitete Unterrichtsreihen und Materialien, die zu früheren Unterrichtsprojekten angefertigt und gesammelt worden sind, sowie Materialien von Schulbuchverlagen im Fachschrank im kleinen Lehrerzimmer bereitgestellt. Diese werden im Rahmen der Unterrichtsentwicklung laufend ergänzt, überarbeitet und weiterentwickelt. Die Fachschaft Mathematik erarbeitet gemäß Schwerpunktsetzung der Schulentwicklung sukzessiv Unterrichtsreihen unter Berücksichtigung von Methoden sprachsensiblen Fachunterrichts. Ein Ordner mit digitalen Materialien ist im schulinternen Netz angelegt.

Bedingungen des Unterrichts

Unterricht findet in einem Mischmodell von Doppelstunden (90-Minuten-Blöcke) mit Einzelstunden statt. Der Fachunterricht kann im Rahmen der Ganztagsgestaltung sowohl in Vormittags- als auch in Nachmittagsstunden erteilt werden.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet:

In den Lernzeiten, welche die Schulkonferenz im Rahmen des Ergänzungsstunden- und Ganztagskonzepts beschlossen hat, können die zwischen den Lernenden und der Fachlehrkraft abgestimmten individuellen Lernvereinbarungen unter fachlich kompetenter Betreuung durch den jeweiligen Fachlehrer auch begleitend zum Unterricht genutzt werden. Die Lernzeiten dienen dazu, den Umfang von häuslichen Arbeiten zu reduzieren.

Zur besonderen außerunterrichtlichen Förderung des Faches ist die Mathematik-AG fester Bestandteil des Angebotes der Profil-AGen in Klasse 5 und wird durch eine Mathematiklehrkraft durchgeführt. Zum Abschluss des SI findet eine Exkursion aller 9er Klassen ins Schülerlabor der RUB statt.

Schülerinnen und Schüler aller Klassen- und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme am Känguru-Wettbewerb und ähnlichen Wettbewerben motiviert.

Die Fachschaft richtet jährlich den Wettbewerb „Aufgabe des Monats" für die Jahrgangsstufe 5 aus. Die Ergebnisse werden im Foyer durch Aushang bekannt gegeben. Der Sieger erhält eine Urkunde und einen Sachpreis und wird mit Foto im Jahrbuch geehrt.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass, wo immer möglich, mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Für die Sekundarstufe I gibt es dazu verbindliche Absprachen mit anderen Fachgruppen.
Darüber hinaus besteht der Schulkonsens, dass im Fachunterricht sprachsensibel gearbeitet wird.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner in der Klasse 7 eingeführt und fortlaufend verwendet. Formelsammlung, dynamische Geometrie-Software, Funktionenplotter und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Am GENO stehen insgesamt zwei vollständig ausgestattete Computerräume in Klassenstärke (20 PCs) sowie zwei Laptop-Wagen mit je 16 PCs zur Verfügung.

Der grafikfähige Taschenrechner wird derzeit in der Einführungsphase verpflichtend eingeführt, eine Möglichkeit, den GTR bereits ab der Jahrgangsstufe 7 zu nutzen, wird von der Fachkonferenz abgelehnt. Als Referenzschule für Casio Deutschland stehen 90 GTR des Typ Casio fx-CG 20 zur Verfügung.

Verantwortliche der Fachgruppe

Fachgruppenvorsitz: Herr Breuer

Stellvertretung: Frau von Erdmannsdorff

Pflege der Lehr- und Lernmaterialien: Frau von Erdmannsdorff, Frau van Zandt, Herr Klein

Pflege, Organisation GTR Leihe: Herr Breuer

2 Entscheidungen zum Unterricht

Die nachfolgend dargestellte Umsetzung der verbindlichen Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans findet auf zwei Ebenen statt.

Das *Übersichtsraster* gibt den Lehrkräften einen raschen Überblick über die laut Fachkonferenz verbindlichen Unterrichtsvorhaben und die damit verbundenen Schwerpunkte pro Schuljahr.

Die Konkretisierung von Unterrichtsvorhaben führt detaillierte Kompetenzerwartungen bzw. -ziele auf und dokumentiert sämtliche vorhabenbezogenen Absprachen.

2.1 Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan dient als verbindliche Planungsgrundlage des Unterrichts und hält die darauf bezogenen notwendigen Abstimmungen fest. Sie weisen Wege zur systematischen Anlage und Weiterentwicklung *sämtlicher* im Kernlehrplan angeführter Kompetenzen. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, *alle* Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans bei den Lernenden auszubilden und zu fördern.
Die Darstellung erfolgt auf zwei Ebenen, der Übersichts- und der Konkretisierungsebene:
Im *Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben* (Kapitel 2.1.1) wird die für alle Lehrerinnen und Lehrer gemäß Fachkonferenzbeschluss verbindliche Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Das Übersichtsraster dient dazu, für die einzelnen Jahrgangsstufen allen Akteuren einen schnellen Überblick über Themen der Unterrichtsvorhaben zu verschaffen. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, besondere Schülerinteressen, aktuelle Themen bzw. die Erfordernisse anderer besonderer Ereignisse (z. B. Praktika, Klassenfahrten o. Ä.) zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

In den *konkretisierten Unterrichtsvorhaben* (Kapitel 2.1.2) werden die Unterrichtsvorhaben und die diesbezüglich getroffenen Absprachen detaillierter dargestellt. Besondere Schwerpunktsetzungen können fett hervorgehoben werden. Durch diese Darstellung der Vorhaben soll für alle Beteiligten am Bildungsprozess ein nachvollziehbares Bild entstehen, wie nach Maßgabe der Fachgruppe die Vorgaben des Kernlehrplans im Unterricht umgesetzt werden können. Den Lehrkräften, insbesondere Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen, dienen die detaillierteren Angaben vor allem zur standardbezogenen Orientierung bezüglich der fachlichen Unterrichtskultur in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch den Kapiteln 2.2 bis 2.4 zu entnehmen sind. Abweichungen von Vorgehensweisen der konkretisierten Unterrichtsvorhaben über die als verbindlich bezeichneten notwendigen Absprachen hinaus sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
Unterrichtsvorhaben I: **Thema**: *Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen **Zeitbedarf**: 15 Std.	*Unterrichtsvorhaben II:* **Thema**: *Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Grundverständnis des Ableitungsbegriffs **Zeitbedarf**: 12 Std.
Unterrichtsvorhaben III: **Thema:** *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen Argumentieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf:** 12 Std.	*Unterrichtsvorhaben IV:* **Thema:** *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Mehrstufige Zufallsexperimente **Zeitbedarf:** 9 Std.

Einführungsphase Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben V:*</u> **Thema**: *Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Bedingte Wahrscheinlichkeiten **Zeitbedarf:** 9 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VI:*</u> **Thema**: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen Argumentieren **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen **Zeitbedarf**: 12 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben VII:*</u> **Thema**: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Kommunizieren **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Koordinatisierungen des Raumes **Zeitbedarf**: 6 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben VIII:*</u> **Thema**: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G2)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen **Inhaltsfeld**: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Vektoren und Vektoroperationen **Zeitbedarf**: 9 Std.
<u>**Summe Einführungsphase: 84 Stunden**</u>	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
Unterrichtsvorhaben Q1-GK-A0: Thema: Vervollständigung der Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen Inhaltlicher Schwerpunkt: Die 2. Ableitung als Indikator für die Krümmung und der Wendepunkt 5 Unterrrichtsstunden	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u> **Thema**: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Problemlösen **Inhaltsfeld**: Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Funktionen als mathematische Modelle **Zeitbedarf**: 9 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u>* **Thema**: *Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfelder**: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: Funktionen als mathematische Modelle Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf**: 15 Std.

<u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u> **Thema:** *Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)* **Zentrale Kompetenzen**: Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) **Zeitbedarf:** 9 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>* **Thema***: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)* **Zentrale Kompetenzen**: Problemlösen Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltliche Schwerpunkte**: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) Lineare Gleichungssysteme **Zeitbedarf:** 9 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS (Fortsetzung)	
Unterrichtsvorhaben Q1-V: **Thema***:* *Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Lagebeziehungen **Zeitbedarf:** 6 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-VI :* **Thema***:* *Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Skalarprodukt **Zeitbedarf:** 9 Std
Unterrichtsvorhaben Q1-VII: **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:* **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: Argumentieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Integralrechnung **Zeitbedarf**: 12 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
Unterrichtsvorhaben Q2-I: **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 6 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-II:* **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.
Unterrichtsvorhaben Q2-III: **Thema:** *Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 9 Std.	*Unterrichtsvorhaben Q2-IV :* **Thema:** *Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Argumentieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Stochastische Prozesse **Zeitbedarf:** 9 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u>

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Zentrale Kompetenzen:
Problemlösen
Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 9 Std.</td>
<td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u>

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren

Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Fortführung der Differentialrechnung
Integralrechnung

Zeitbedarf: 12 Std.</td>
</tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 54 Stunden</u></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS</td></tr>
<tr><td colspan="2">Unterrichtsvorhaben Q1-LK-A0:

Thema: Vervollständigung der Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen

Inhaltlicher Schwerpunkt: Die 2. Ableitung als Indikator für die Krümmung und der Wendepunkt
5 Unterrichtsstunden</td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u>

Thema:
Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Problemlösen

Inhaltsfeld:
Funktionen und Analysis (A)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Funktionen als mathematische Modelle
Fortführung der Differentialrechnung

Zeitbedarf: 20 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u>

Thema:
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Werkzeuge nutzen

Inhaltsfelder:
Funktionen und Analysis (A)
Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Funktionen als mathematische Modelle
Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 20 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u>

Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u>

Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)

Zentrale Kompetenzen:
Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Skalarprodukt

Zeitbedarf: 10Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u> **Thema:** *Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)* **Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) **Zeitbedarf:** 10 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u>* **Thema:** *Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)* **Zentrale Kompetenzen:** Argumentieren Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Lagebeziehungen und Abstände (von Geraden) **Zeitbedarf:** 10 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII</u> **Thema:** *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)* **Zentrale Kompetenzen:** Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Grundverständnis des Integralbegriffs **Zeitbedarf**: 10 Std.	*<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u>* **Thema**: *Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)* **Zentrale Kompetenzen**: Argumentieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt**: Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-IX:*</u> **Thema:** *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)* **Zentrale Kompetenzen**: Modellieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen **Zeitbedarf:** 5 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-X:*</u> **Thema:** *Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q1-XI:*</u> **Thema:** *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Binomialverteilung **Zeitbedarf:** 5 Std .	
<u>Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 130 Stunden</u>	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-I:*</u> **Thema:** *Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)* **Zentrale Kompetenzen:** Problemlösen Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Fortführung der Differentialrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-II*</u> **Thema:** *Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren **Inhaltsfeld:** Funktionen und Analysis (A) **Inhaltliche Schwerpunkte:** Fortführung der Differentialrechnung Integralrechnung **Zeitbedarf**: 20 Std.
<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-III:*</u> **Thema:** *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Problemlösen Werkzeuge nutzen **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Normalverteilung **Zeitbedarf:** 10 Std.	<u>*Unterrichtsvorhaben Q2-IV:*</u> **Thema:** *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)* **Zentrale Kompetenzen:** Modellieren Kommunizieren **Inhaltsfeld:** Stochastik (S) **Inhaltlicher Schwerpunkt:** Testen von Hypothesen **Zeitbedarf:** 10 Std.

<table>
<tr><th colspan="2">Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung</th></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u>

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u>

Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)

Zentrale Kompetenzen:
Problemlösen
Werkzeuge nutzen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltliche Schwerpunkte:
Lagebeziehung und Abstände (von Ebenen)
Lineare Gleichungssysteme

Zeitbedarf: 10 Std.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u>

Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)

Zentrale Kompetenzen:
Modellieren
Problemlösen

Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Verknüpfung aller Kompetenzen

Zeitbedarf: 10 Std.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden</u></td></tr>
</table>

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-S1	9
V	E-S2	9
VI	E-A4	12
VII	E-G1	6
VIII	E-G2	9
	Summe:	84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	9
II	Q-GK-A2	15
III	Q-GK-G1	9
IV	Q-GK-G2	9
V	Q-GK-G3	6
VI	Q-GK-G4	9
VII	Q-GK-A3	9
VIII	Q-GK-A4	12
	Summe:	78
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-S1	6
II	Q-GK-S2	9
III	Q-GK-S3	9
IV	Q-GK-S4	9
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	12
	Summe:	54

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	**Thema**	**Stundenzahl**
0	Q-LK-A0	5
I	Q-LK-A1	20
II	Q-LK-A2	20
III	Q-LK-G1	10
IV	Q-LK-G2	10
V	Q-LK-G3	10
VI	Q-LK-G4	10
VII	Q-LK-A3	10
VIII	Q-LK-A4	20
IX	Q-LK-S1	5
X	Q-LK-S2	10
XI	Q-LK-S3	5
	Summe:	130
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A5	20
II	Q-LK-A6	20
III	Q-LK-S4	10
IV	Q-LK-S5	10
V	Q-LK-S6	10
VI	Q-LK-G5	10
VII	Q-LK-G6	10
	Summe:	90

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Riese-Gymnasiums/der Riese-Gesamtschule verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich. Darüber hinaus enthält dieser schulinterne Lehrplan in den Kapiteln 2.2 bis 2.4 übergreifende sowie z. T. auch jahrgangsbezogene Absprachen zur fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit, zur Leistungsbewertung und zur Leistungsrückmeldung. Je nach internem Steuerungsbedarf können solche Absprachen auch vorhabenbezogen vorgenommen werden.

Vorhabenbezogene Konkretisierung:

Unterrichtsvorhaben Einführungsphase

Themen	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
I. Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1) Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinusfunktionen **Anvisierter Stundenbedarf: 24**	**Inhaltsbezogen** : *Die Schülerinnen und Schüler* – beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen – beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen (Einf. der Exponentialfkt. aufbauend auf Zinseszins St. 9) – wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Sinusfunktion, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter **Prozessbezogen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Vermutungen auf - unterstützen Vermutungen beispielgebunden - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* – übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* – nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Schaffung einer grundlegenden Basis mit wiederholenden Anteilen zur Weiterarbeit in der Sek. II . Es findet eine Angleichung der unterschiedlichen Leistungsniveaus, bedingt durch unterschiedliche Lernvoraussetzungen (z.B. Schulformwechsler) statt. (Einheitliche Diagnoseverfahren, Binnendifferenzierung, Absprache mit Vertiefungskurs) Schaffung eines Überblickswissens über die verschiedenen Funktionstypen, deren Eigenschaften und speziellen Anwendungsbereichen. (z.B. periodische Abläufe, Wachstums- und Zerfallsprozesse etc.) Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf der Einführung des graphikfähigen Taschenrechners; speziell in der Handhabung und der Einsatzmöglichkeiten im Bereich der Analysis.	Beschreibung von Eigenschaften / Erlernen der Fachsprache z.B. streng monoton steigend/ fallend

Themen	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***9***	**Inhaltsbezogen** *Die Schülerinnen und Schüler* - berechnen die durchschnittliche Änderungsrate und erkennen die Notwendigkeit zur Bestimmung einer lokalen Änderungsrate - erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate -deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten - deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung - beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) - leiten Funktionen graphisch ab - begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen leiten Funktionen graphisch ab - nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion. **Prozessbezogen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Vermutungen auf - unterstützen Vermutungen beispielgebunden - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum: … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … grafischen Messen von Steigungen - nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Anhand von verschiedenen Anwendungsbeispielen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung) wird die Abgrenzung von durchschnittlicher und lokaler Änderungsrate veranschaulicht. Denkbar wäre dies über das Stationenlernen. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden. Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt. Der Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) wird an dieser Stelle aufgegriffen, um ihn in Einheit E-A4 zu präzisieren. Am Beispiel einer Funktion aus einer anderen Funktionengruppe wird im Rahmen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion entdeckt, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.	Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.

Themen	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Präzisierung der Ableitungsfunktion anhand von Polynomen (E-A3) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***9***	**Inhaltsbezogen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate - beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) -wenden die Potenz-, Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an **Prozessbezogen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* - erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* - wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen … zielgerichteten Variieren von Parametern	In direkter Fortführung des Unterrichtsvorhabens II (Thema E-A2) wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. *Empfehlung: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion.* Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren (s. Vorgehen E-A2) und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens. Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle.	Beschreibung des komplexen Vorgangs der Grenzwertbildung

<table>
<tr><th>Inhalt</th><th>Kompetenzen</th><th>Methodisch- didaktische Absprachen</th><th>Sprachsensibler Unterricht</th></tr>
<tr><td>Den Zufall im Griff- Modellierung von Zufallsprozessen
(E-S1)

Inhaltlicher Schwerpunkt:
Mehrstufige Zufallsexperimente

Anvisierter Stundenbedarf:
12</td><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
- simulieren Zufallsexperimente
- nutzen Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
- Generieren von Zufallszahlen
- Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)</td><td>Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Einen weiteren geeigneten Kontext bietet die Methode der Zufallsantworten bei sensitiven Umfragen.
Im Rahmen der Einstiegsaufgaben werden die Begriffe Ergebnis, Ereignis, Laplace-Wahrscheinlichkeit und Gegenwahrscheinlichkeit aus der SI wiederholt. (vgl. Elemente EF)

Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).
Das empirische Gesetz der großen Zahl wird als Legitimation des GTR-Einsatzes besprochen.

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden. Geeignet ist das Spiel „Chuck a luck“ (vgl. Focus EF, S. 137)

Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</td><td></td></tr>
</table>

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Testergebnisse *richtig interpretieren- Umgang mit bedingten Wahrscheinlich-keiten (E-S2)* ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** **Bedingte Wahrscheinlich-keiten** **Anvisierter Stun-denbedarf:** **12**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagram-men und Vier-oder Mehrfeldertafeln - bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten - prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit - bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsi-tuationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Struk-turieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fer-tigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Mo-dells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsi-tuation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten […] *(Rezipieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstel-lungsformen *(Produzieren)*	Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden: *Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte Testverfahren aus dem Gesundheitsbereich oder andere Einstiegsaufgaben (z.B. Elemente EF S. 196/197) dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung des zunächst nicht gewählten Zusammenhangs.* Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlich-keitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absolu-ten und relativen Häufigkeiten verwendet. Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschie-denen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfelder-tafel) wechseln können und diese zur Berechnung be-dingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf un-bekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A\cap B)$ [Wahrscheinlichkeit des gesamten Pfades] von bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(B\|A)$ [Wahrscheinlich-keit des zweiten Teilpfades] – auch sprachlich – von be-sonderer Bedeutung.	Übertragung einer Textinformation in eine Vierfeldertafel und ein Baumdia-gramm: Wechsel der Darstellungs-formen verbal (Text), grafisch (Baumdiagramm), numerisch (Vierfel-dertafel)

Themen	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***12***	**Inhaltsbezogen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen - wenden die Potenz-, Summen- und Faktorregel an (ganzrationale Fkt.) - lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel - verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten - unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich - verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen **Prozessbezogen:** ***Problemlösen:*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) *(Lösen)* - wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* ***Argumentieren:*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) *(Begründen)* - erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie *(Beurteilen)*	Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben. Der GTR kann zur Bestätigung der Ergebnisse genutzt werden. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert. *Anhand des notwendigen und hinreichenden Kriteriums kann Logik thematisiert werden.* Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. *Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangenten- und Normalengleichungen bestimmt werden.*	Dialog über die Eigenschaften unterschiedlicher Funktionen

Themen	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Orientierung im 3-dimensionalen Raum anhand kartesischer Ko-ordinaten (E-G1) **Anvisierter Stun-denbedarf: 6**	**Inhaltsbezogen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - wählen ein geeignetes kartesisches Koordinatensystem für die Darstellung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum **Prozessbezogen:** ***Modellieren:*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (S*trukturieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*) ***Kommunizieren:*** *Die Schülerinnen und Schüler* - wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits <u>bekannten</u> Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung, Polarkoordinaten). Gegenüberstellung zweier Koordinatisierungen: *Die Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.* An geeigneten, nicht zu komplexen geometrischen Modellen (z. B. „unvollständigen“ Holzquadern) lernen die Schülerinnen und Schüler, ohne Verwendung einer DGS zwischen (verschiedenen) Schrägbildern einerseits und der Kombination aus Grund-, Auf- und Seitenriss andererseits zu wechseln, um ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln. (Begleit-CD zum Lehrbuch) Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.	Orientierung im Raum anhand sprachlicher Mittel

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Vektoren bringen Bewegung in Ebene und Raum (E-G2) ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** ***Vektoren und Vektor-operationen*** **Anvisierter Stundenbedarf:** ***9***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren - stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar - berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras - addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität - weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach **Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* - wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)*	Einstiegsaufgabe über Verschiebungen in der Ebene: Sea Wolf (Neue Wege 6, S. 8). Anhand von Parallelverschiebungen von Dreiecken und Quadraten zu Prismen und Quadern werden die Verschiebungspfeile als Informationsträger (Vektor) zur Bewegung im Raum identifiziert. Es empfiehlt sich den Satz des Pythagoras von der Ebene auf den Raum zu übertragen. Hier ergibt sich die Abstandsformel zweier Punkte im Raum (Neue Wege 9, S. 119) Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.	Vektor, Ortsvektor, Multiplikation mit Skalar, Kollinearität

Unterrichtsvorhaben Qualifikationsphase 1 Grundkurs

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Vervollständigung der Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (Q-GK-A0) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***5***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - berechnen Wendepunkte und erkennen die zweite Ableitung als Indikator für die Krümmung.	**Leitfrage: Links- oder Rechtskurve?** Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).	linksgekrümmt, rechtsgekrümmt
Optimierungsprobleme (Q-GK-A1) ***Inhaltlicher Schwerpunkt:***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedin-gungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese - verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.*(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituati-	Ziel ist den Übergang aus den Kursen der EF in den gemeinsamen Kurs in der Q2 herzustellen. Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Als Einstiegsaufgabe wird „Campingplatz Mierenhoop" in kooperativer Lernform (z.B. Ich-Du-Wir-Methode) erarbeitet. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe" oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs"). Ein Verpackungsproblem (Dose oder ähnliche Aufgaben) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.	Strategien für die schrittweise Lösung von Optimierungsproblemen verbalisieren (vgl. Dosenbeispiel**)**

Funktionen als mathematisches Modell **Anvisierter Stundenbedarf:** ***12***	on *(Validieren)* . beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* - wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* - setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* - berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* - führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* - vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	*Zur Vertiefung wird ein Stationenlernen mit Problemen zu Weide, Schachtel, Sportplatz, Kegel, besondere Dreiecke vorgeschlagen. (Weitere Ideen finden sich im Buch S. 32-51)* Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Besucherströme in einen Freizeitpark) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).	

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2) ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** ***Funktionen als mathematische Modelle sowie Lineare Gleichungssysteme*** **Anvisierter Stundenbedarf:** ***15*** ***+*** ***5 (Gauß)***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbrief“) - beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung - verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten - beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für LGS - wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen - nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Skaterbahn (S. 58) gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. *Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.* Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. Dies kann am Beispiel „Umgehungsstraße“ (KMK) thematisiert werden. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.* *Es bietet sich an, den Gauß-Algorithmus systematische einzuführen und zu trainieren. (händisch) (S.202-209)*	Textliche Steckbriefformulierungen in mathematische Ausdrücke umwandeln und umgekehrt. (vgl. Focus S. 28) Optional: Entwicklung einer eigenen Steckbrief-aufgabe

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Beschreibung von Bewegungen mit Geraden (Q-GK-G1) ***Inhaltlicher Schwerpunkt:*** **Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden)** **Anvisierter Stundenbedarf:** **6**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar - interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen Geodreiecke […] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software (Software zum Buch) - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden … Darstellen von Objekten im Raum (Geogebra)	Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS (Nutzung der Software zum Buch, Anleitung S. 274/275) dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden (im Klassenraum, auf Papier mit Computer).	Geraden, Richtungsvektor, Ortsvektor,

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2) **Anvisierter Stundenbedarf: 9**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Ebenen in Parameterform dar - untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen - berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Kontext - stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar - beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme - interpretieren die Lösungsmenge von LGS **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)* - führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* - vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)* - beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* - analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (GTR) zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen	Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann die Flugzeug-Landbebahn-Problematik benutzt werden (Flugzeug auf gerader bzw. schräger Landebahn). In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Die Untersuchung von Schattenwürfen z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren. Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.	Ebene, Lage-be-ziehungen, parallel, Durch-stoß-punkt

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehun-gen (Q-GK-G3) **Anvisierter Stundenbedarf: 6**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden […] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) *(Begründen)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* - verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* - erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* - vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an. *Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.* *Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).* Es wird dem Fachlehrer überlassen G2 und G3 zu vertauschen.	windschief, parallel, identisch, Schnittpunkt

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4) **Anvisierter Stundenbedarf: 6**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es - untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* - analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, […]) *(Lösen)* - wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* - beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). *Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.* *Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.(eher im Leistungskurs)* Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. *Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen (anknüpfend an das Thema E-G2) wieder aufgenommen werden.* Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.	Orthogonal, Projektion, Winkel

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von der Ände-rungs-rate zum Bestand (Q-GK-A3) **Anvisierter Stun-denbedarf:** **6**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekon-struktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe - deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext - skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zu-gehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen, strukturieren und formalisieren Informatio-nen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstel-lungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* - formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* - wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstel-lungsformen *(Produzieren)* - dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Pro-duzieren)* - erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Pro-duzieren)*	Als Einstieg kann eine Gruppenarbeit zur Berechnung von unter-schiedlich begrenzten Flächen (s. S. 98,99 Bigalke-Köhler Quali-fikationsphase GK). Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsra-ten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wur-den, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zu-flussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteili-ge Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von ei-ner Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.* Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedli-che Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berech-nung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehen-den Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächen-inhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen" zu einem vorge-gebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion" hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorha-ben genutzt werden. Das Stationenlernen kann z.B. in einem Portfolio dokumentiert werden. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festge-halten und in einem Museumsgang präsentiert werden. *Schüler-vorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.*	

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4) **Anvisierter Stundenbedarf: 12**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs - erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) - nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen - bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen - bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge - ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate - bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* - unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* Werkzeuge nutzen *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen - Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. *Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.* Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag). Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino) In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.	

Unterrichtsvorhaben Grundkurs Qualifikationsphase 2

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1) **Anvisierter Stundenbedarf: 9 (3 mehr)**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben - erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen - bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele (Würfeln mit zwei Würfeln / Würfelbingo) wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Im Rahmen dieser Thematik werden die Begriffe Ergebnis / Ereignis vertieft. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen kann durch den Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert werden. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert. Die Stochastik mit den Teildisziplinen Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung wird als Grundlage einer einfachen Risikoabschätzung (Vorbereitung zur Beurteilenden Statistik / Prognose) genutzt.	Üben des Formulierens von Definitionen (Zufallsgröße / Ereignis /Ergebnis / Erwartungswert / Wahrscheinlichkeitsverteilung); Sprachliche Trennschärfe

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomial-ver-teilungen (Q-GK-S2) **Anvisierter Stun-denbedarf:** **12 (3 mehr)**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entspre-chender Zufallsexperimente - verwenden den Binomialkoeffizienten - erklären die Binomialverteilung im Kontext und be-rechnen damit Wahrscheinlichkeiten - beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung - bestimmen den Erwartungswert μ und die Stan-dardabweichung σ von Zufallsgrößen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfa-chungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathemati-schen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sach-situation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen den grafikfähige Taschenrechner (Tabelle) - verwenden den GTR zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen (singulär, kumuliert) … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilung … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilun-gen (Erwartungswert, Standardabweichung)	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. (Vgl. EdM LK Stochastik 2003 / Seite 115ff.) Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stu-fe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett (in Biologiesammlung vorhanden) bzw. seine Simula-tion und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt da-bei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histo-gramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allge-meingültige Herleitung wird verzichtet. Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungs-wertes liegen.(Vgl. Bigalke/Köhler GK 2011 Seite 463 f.) *Vorgabe: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten erzwingt den Verzicht auf stochastische Tabellen und bedingt den geübten Einsatz des GTR bei Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*	Versprachli-chung der Ei-genschaften bei einzelnen Diagrammen (flach, symmet-risch, etc.)

<table>
<tr><th>Inhalt</th><th>Kompetenzen</th><th>Methodisch- didaktische Absprachen</th><th>Sprachsensibler Unterricht</th></tr>
<tr>
<td>Fortführung von S2 Modellieren mit Binomial-ver-teilungen (Q-GK-S3)

Anvisierter Stundenbedarf:
9</td>
<td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit(vgl. Bigalke/Köhler Gk 2011 S.466)
-Rechnen mit verschiedenen Sicherheitswahrscheinlichkeiten
Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (Validieren)
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Begründen)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (Begründen)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (Begründen)</td>
<td>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:
1. die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
2. die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
3. die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
4. die Unabhängigkeit der Ergebnisse
5. die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.
Nur wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.

Eine Stichprobenentnahme soll auch auf dem GTR simuliert werden.</td>
<td>Besonders die Modellumkehrung bietet vielfältige Schreib- und Sprechanlässe.</td>
</tr>
</table>

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4) **Anvisierter Stundenbedarf:** **9**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Matrizen - verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) (- inverse Matrix wird voraussichtlich nicht benötigt ??) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) -beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	*Hinweis:* *Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Die Überführung der ersten Stufe in einen Gozintographen soll an dieser Stelle thematisiert werden. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.	Beschreibung von Prozessen in schriftlicher Form

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Natürlich: Exponential-funktionen (Q-GK-A5) **Anvisierter Stundenbedarf: 9**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion - untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze - sollen einfache Exponentialgleichungen lösen - interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang -bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - natürliche Exponentialfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)* - führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* - variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren).* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter … grafischen Messen von Steigungen - entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus - nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens steht eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation oder in Form einer Gruppenarbeit mit Museumsgang (Material Rodeck) stehen (Wachstum und Zerfall). Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. {{Nur wenn genügend Zeit in Rückgriff auf die EF: In einem Tabellenkalkulationsblatt (GTR?) kann für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet werden. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle. *Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.}}* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.	Präsentation der Arbeitsergebnisse vor der Lerngruppe Wachstum, Zerfall, Halbwertszeit

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Modellieren (nicht nur) mit Exponential-funktionen (Q-GK-A6) **Anvisierter Stundenbedarf: 12**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze - interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext - bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten - bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) - wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an - wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen (zweiten Grades (Abitur 2017)) und Exponentialfunktionen an - bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge - ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch hilfsmittelfrei Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt. In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.	Beschreibung (Strategie) von Lösungswegen, präzise sprachliche Darstellung der Lösungen

Unterrichtsvorhaben Leistungskurs Qualifikationsphase 1

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Vervollstän-digung der Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktio-nen (Q-LK-A0) **Anvisierter Stun-denbedarf:** ***5***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - berechnen Wendepunkte und erkennen die zweite Ableitung als Indikator für die Krümmung.	**Leitfrage: Links- oder Rechtskurve?** Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schul-den oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Ab-nahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Be-stimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ab-leitung).	linksgekrümmt, rechtsgekrümmt

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Optimierungs-probleme (Q-LK-A1) **Anvisierter Stun-denbedarf:** ***20***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese - verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten - bilden die Ableitungen weiterer Funktionen **1.** Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* - wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern …) *(Lösen)* - setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* - berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* - vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	**Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“** Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht. Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen.	Schlüsselbegriffe zur Erkennung des gesuchten Opitmums: „maximal“, „minimal“, „höchste“, „größte“, usw. Formulierung der Aufgabenstellung

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2) **Anvisierter Stundenbedarf: 20**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen - bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben") - beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung - verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten - beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme - wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* -beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen - nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen	Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?" Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung" des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden. Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt. Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen. *Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser" zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.* Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen" werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht. *Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen (vielleicht als Facharbeitsthema).*	Vokabeltraining (berührt, schneidet, knickfreier Übergang, höchste Steigung, stärkste Änderung, ...); die schon bekannten Formulierungen zur Beschreibung von Graphen werden vertieft;

<table>
<tr><th>Inhalt</th><th>Kompetenzen</th><th>Methodisch- didaktische Absprachen</th><th>Sprachsensibler Unterricht</th></tr>
<tr><td>Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Anvisierter Stundenbedarf:
10</td><td>Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Geraden in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
Prozessbezogene Kompetenzen:
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (Validieren)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (Validieren)
Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software (3D-Modell)
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
… grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
… Darstellen von Objekten im Raum</td><td>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Auch das 3D-Modell kommt hier zum Einsatz.
Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren, z. B. zur Beschreibung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.

Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz des 3D-Modells und evtl. der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</td><td>Vektor als Verschiebung, Ortsvektor, Richtungsvektor, Vektorzug; Erläuterung des Parameterbegriffs</td></tr>
</table>

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es - untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) - bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...] **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* - analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras (allg. Kosinussatz) entwickelt. Zur Einführung des Winkels wird der Kosinus genutzt. *Eine weitere Bedeutung des Skalarproduktes kann mit den gleichen Überlegungen am Beispiel der physikalischen Arbeit erschlossen werden.* Die formale Frage nach der Bedeutung eines Produktes von zwei Vektoren sowie den dabei gültigen Rechengesetzen wird im Zusammenhang mit der Analyse von typischen Fehlern (z. B. Division durch einen Vektor) gestellt. Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an. *Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen* $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$ *und* $(\vec{a})^2=(\vec{b})^2$ *für die Seitenvektoren* $\vec{a}$ *und* $\vec{b}$ *eines Parallelogramms.* In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.	Betrag (Länge) eines Vektors, Abstand, Orthogonalität

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Ebenen als Lösungs-mengen von linearen Glei-chungen und ihre Beschrei-bung durch Parameter (Q-LK-G3) **Anvisierter Stun-denbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Ebenen in Parameterform dar - stellen Ebenen als Koordinatengleichung und in Nor-malenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sach-logische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* - formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstel-lungsformen *(Produzieren)*	Als erste Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenenglei-chung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensys-tem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitions-bereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So kön-nen auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen werden eine räumliche Geometriesoftware und das 3D-Modell verwendet. Die weiteren unterschiedlichen Darstellungsformen der Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatengleichung, Ach-senabschnittsgleichung, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden z.B. in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunika-tive Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenab-schnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. *Vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) kann bei genü-gend zur Verfügung stehender Zeit die Lösungsmenge eines Systems von Koordinatengleichungen als Schnittmenge von Ebenen geometrisch gedeutet werden. Dabei wird die Matrix-Vektor-Schreibweise genutzt. Dies bietet weitere Möglichkeiten, bekannte mathematische Sachverhal-te zu vernetzen. Die Auseinandersetzung mit der Linearen Algebra wird in Q-LK-G4 weiter vertieft.*	Der Begriff der Ebene, Norma-len-vektor, Spurpunkte, Spurgeraden, unterbestimmt, überbestimmt,

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext - untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden […] - berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext - bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) *(Begründen)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen *(Rezipieren)* - verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang *(Produzieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* - erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)* - vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität *(Diskutieren)*	Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen. Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an. Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen. In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.	Vertiefende Anwendung der Begriffe wie windschief, Durchstoßpunkt, Hilfsebene, parallel, kollinear, komplanar

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch-didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von der Änderungs-rate zum Bestand (Q-LK-A3) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe - deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext - skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* - formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* - wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)* - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)* - dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar	Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt. Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden. Das Stationenlernen wird z.B. in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.	Die Begriffe zur Änderungsrate werden vertieft. Neu: Orientierte Flächen, Bilanz von Flächen, Flächeninhalts-funktion

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4) **Anvisierter Stundenbedarf: 20**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs - erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion - deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen - nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen - begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs - bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen - bestimmen Integrale numerisch […] - ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion - bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Vermutungen auf *(Vermuten)* - unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* - verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)* - erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen […] digitale Werkzeuge *[Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter]* zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung). Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren. *Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.* In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.) Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.	Randfunktion, Stammfunktion, Rotationskörper

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1) **Anvisierter Stundenbedarf: 5**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben - erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen - bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert (→ Nutzung des Raabits-Materials). Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.	Wiederholung der Fachbegriffe: Streuung, Ergebnis, Ereignis, Zufallsexp., Erwartungs-wert, Wahrscheinlichkeit, Häufigkeit, Standardabw., Varianz

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomial-ver-teilungen (Q-LK-S2) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente - erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten - nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen […] - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen	Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet. Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen. Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. Die anschließende Vertiefung erfolgt nur in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“). *Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.*	Zuvor eingeführte Begriffe werden vertieft. Neu: Bernoulli, „Ziehen ohne Zurücklegen“→ Kombinatorik

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3) **Anvisierter Stundenbedarf: 5**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung - bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen - nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen - nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - analysieren und strukturieren die Problemsituation *(Erkunden)* - wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* - erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) *(Lösen)* - interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - nutzen grafikfähige Taschenrechner. - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Variieren der Parameter von Binomialverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen … Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) … Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$ - Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.	Zuvor eingeführte Begriffe werden vertieft. Neu: Sigma-Regel, Große Zahlen, Treffer

Unterrichtsvorhaben Leistungskurs Qualifikationsphase 2

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***20***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion - nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion - bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: 1. natürliche Exponentialfunktion 2. Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis 3. natürliche Logarithmusfunktion - nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion $f(x) = 1/x$ - wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an. **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)*(Lösen)* - führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* - variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen … grafischen Messen von Steigungen - entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus - nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).* Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung. eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert. Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere h das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht. *Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.* Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen. Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der neu erlernten Kettenregel und Produktregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen und zusammengesetzte Funktionen abgeleitet werden. Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion kann graphisch geometrisch mit dem GTR als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen werden.	Wachstum, Zerfall, Verkettung, Basis, Halbwertszeit, Verdoppelungszeit

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Modellieren (nicht nur) mit Exponential-funktionen (Q-LK-A6) **Anvisierter Stundenbedarf:** ***20***	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum - bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen - ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*	Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht. An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.	Wie A-4

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion - untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen - beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen Muster und Beziehungen *(Erkunden)* - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen *(Lösen)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Generieren von Zufallszahlen … Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen … Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen - nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen - entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen - reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge	Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.	Normalverteilung, Binomialverteilung, Vertiefung von Erwartungswert und Standardab-weichung. Vertiefung der Grundbegriffe zum Verständnis der Aufgabenstellungen

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5) **Anvisierter Stundenbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse -beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* ***Kommunizieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)* - formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)* - führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei *(Diskutieren)*	Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm' visualisiert. Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert: • Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? • Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.	Fehler 1. und 2. Art, Signifikanzniveau, Hypothese, Irrtumswahrscheinlichkeit

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6) **Anvisierter Stundenbedarf:** **10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen - verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) - beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) ***Argumentieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)* - nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen *(Begründen)* - stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)* - überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können *(Beurteilen)*	*Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.* Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln. Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an. Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.	Matrix, Vektor, lineare Gleichungs-systeme, stochastischer Prozess, Fixvektor, Grenzmatrix, Übergangsmatrix, inverse Matrix

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Untersu-chungvon Po-lyedern (Q-LK-G5) **Anvisierter Stun-denbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise - beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme - wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an - interpretieren die Lösungsmenge von LGS - stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform - untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen - berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoß-punkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkon-text - untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Ob-jekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) - bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebe-nen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Problemlösen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erkennen und formulieren einfache und komplexe mathema-tische Probleme *(Erkunden)* - analysieren und strukturieren die Problemsituation - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)* - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. […] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) *(Lösen)* - wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus *(Lösen)* - beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Rich-tigkeit und Effizienz *(Reflektieren)* ***Werkzeuge nutzen*** *Die Schülerinnen und Schüler* - verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen … Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen	Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten viel-fältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, wer-den auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung. Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abge-sehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben inte-griert werden. Das Gauß-Verfahren soll anknüpfend an das Thema Q-LK-A2 im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpretation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lö-sungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deut-lich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissen-schaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines be-grenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorien-tierten Aufgaben.	Tetraeder, Py-ramide, Würfel, Prisma, Oktae-der;

Inhalt	Kompetenzen	Methodisch- didaktische Absprachen	Sprachsensibler Unterricht
Strategie-entwicklung bei geometri-schen Prob-lem-situationen und Beweis-aufgaben (Q-LK-G6) **Anvisierter Stun-denbedarf: 10**	**Inhaltsbezogene Kompetenzen:** *Die Schülerinnen und Schüler* - stellen Geraden in Parameterform dar - stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar - stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar - untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen - berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext - untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberech-nung) - stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum - bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen **Prozessbezogene Kompetenzen:** ***Modellieren*** *Die Schülerinnen und Schüler* - erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* - übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathemati-sche Modelle *(Mathematisieren)* - erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* - beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* - reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)* ***Problemlösen*** Die Schülerinnen und Schüler - wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Ta-belle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (Erkunden) - entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (Lösen) - nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebe-trachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Be-kanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (Lösen) - führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (Lösen) - vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (Reflektieren)	*Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Ein-übung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufga-ben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwer-ten.* Deshalb beschließt die Fachkonferenz, Problemlösungen mit den prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skiz-ze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abs-trakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzu-nehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lö-sungswege Kriterien gestützt zu vergleichen. Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgrei-fen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausge-klammert werden. Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Forma-lisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vor-nehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßig-keit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon („Wenn man die Mitten benachbar-ter Seiten eines Vierecks verbindet, dann erhält man ein Paralle-logramm.“) oder der Sehnen-(Tangenten-) satz von Euklid. Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthal-ten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorberei-	

	- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (Reflektieren) - analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (Reflektieren) - variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (Reflektieren)	tung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.	

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 14 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 15 bis 21 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler.
- Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- Die Schülerinnen und Schüler erreichen einen Lernzuwachs.
- Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schülerinnen und Schüler.
- Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Lernenden und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schülerinnen und Schüler.
- Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichts- und Übungszwecke genutzt.
- Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.

Fachliche Grundsätze:

- Die Ziele einzelner Unterrichtsstunden und der gesamten Unterrichtsreihe sind für die Schülerinnen und Schüler transparent. Ebenso ist der fachliche bzw. curriculare Zusammenhang (ggf. auch fächerübergreifend) deutlich.
- Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen folgt konsequent dem Spiralprinzip. Modelle, Strategien, Fachbegriffe und wesentliche Beispiele, auf die sich die Mathematiklehrkräfte verständigt haben, werden verbindlich im Fachunterricht eingeführt und bei einer vertiefenden Behandlung wieder aufgegriffen.
- Am Verstehen orientiertes Arbeiten baut tragfähige Grundvorstellungen auf und korrigiert mögliche Fehlvorstellungen. Dabei stellt der Wechsel zwischen formal-symbolischen, grafischen, situativen und tabellarischen Darstellungen einen wesentlichen Baustein bei der Entwicklung eines umfassenden mathematischen Verständnisses dar.
- Alle Verfahren werden an hinreichend vielen Beispielen produktiv geübt.
- Regelmäßige Kopfübungen (Darstellungswechsel, Anteilsvorstellungen, Kopfrechnen, …) zu mathematischem Grundwissen werden im Unterricht eingesetzt.
- Klassenarbeiten enthalten zunehmend auch hilfsmittelfreie Teile, auch mit Blick auf die Klausurformate in der gymnasialen Oberstufe.
- Der reflektierte und sachgerechte Einsatz digitaler mathematischer Werkzeuge (wissenschaftlicher Taschenrechner, Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware, Funktionenplotter) ist Gegenstand des Unterrichts. Dazu gehört auch der bewusste Einsatz von rechnergestützten und nicht rechnergestützten Verfahren.
- Im Unterricht wird auf eine angemessene Fachsprache geachtet. Die Fachsprache wird von Lehrerinnen und Lehrern situationsangemessen korrekt benutzt. Lernende dürfen in explorativen oder kreativen Arbeitsphasen zunächst intuitive Formulierungen verwenden. In weiteren Phasen des Unterrichts werden sie dazu angehalten, die intuitiven Formulierungen zunehmend durch Fachsprache zu ersetzen.
- Die Bedeutung der Mathematik für die Lebenswirklichkeit und Lebensplanung der Schülerinnen und Schüler wird durch die Einbindung von Alltagssituationen hervorgehoben.
  Der Mathematikunterricht befähigt die Schülerinnen und Schüler dazu, geeignete Problemstellungen aus ihrem eigenen Alltag mit mathematisch zu modellieren und zu lösen.
- Der fachsystematische Aufbau der Mathematik wird an propädeutisch wichtigen Stellen betont sowie reflektiert. Die Schülerinnen und Schüler erkennen zunehmend die Bedeutung der Mathematik für die Wissenschaft und die damit verbundene Verantwortung für die Gesellschaft.
- Binnendifferenzierung ist ein grundlegendes Prinzip im Mathematikunterricht. Die Lehrkräfte setzen hierzu differenzierende Materialien (z. B. Blütenaufgaben) und Hilfen ein, variieren die Rollen der Lernenden und nutzen kooperative Lernformen. Dabei werden sowohl fordernde als auch fördernde Aufgabenvariationen

und Methoden eingesetzt. Lerntempo, Leistungsniveau und Lerntyp der Schülerinnen und Schüler finden entsprechende Berücksichtigung.

- Ungewöhnliche Lösungsansätze werden im Unterricht angeregt und können als Gegenstand des weiteren Unterrichts aufgenommen werden. In Klassenarbeiten sind alternative Lösungswege zugelassen, dabei ist die fachliche Richtigkeit das Kriterium zur Bewertung.
- Materialien zum individualisierten Lernen (z. B. Arbeitsblätter, Lernvideos, Online-Kurse) unterstützen den Lernenden beim Kompetenzerwerb im Unterricht im Rahmen von Lernzeiten.
- Zu jedem Thema werden Diagnosebögen/Checklisten zu den grundlegenden Kompetenzerwartungen eingesetzt, um die Lernenden zu einer Selbsteinschätzung ihrer erworbenen Fähigkeiten anzuhalten, und um den Lernenden gezielte Förder- und Übungsmöglichkeiten bei individuellen Schwächen durch die Lehrkraft anbieten zu können. Diese Bögen können auch gezielt im Förderunterricht eingesetzt werden.
- Die Lernenden führen über alle Jahrgänge hinweg einen thematisch sortierbaren Merkhefter, in dem im Unterricht erarbeitete Inhalte, aber auch Werkzeugnutzung und heuristische Methoden festgehalten werden.
  Die Unterrichtenden orientieren sich bei gemeinsam formulierten Inhalten an den in den Diagnosebögen formulierten Kompetenzerwartungen.
- Die Reflexion von Lernprozessen wird im Unterricht angeregt und durch geeignete Methoden unterstützt (z. B. das Führen eines Lerntagebuchs mit individuellen Herangehensweisen und Ideen und der Dokumentation von aufgetretenen Schwierigkeiten und zielführenden Strategien).

2.3. Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Leistungsbewertung bezieht sich auf Kompetenzen, wie sie im Kernlehrplan für das Fach Mathematik angegeben werden, und auf Inhalte, die im Unterricht vermittelt werden. Alle Bereiche des Fachs (Argumentieren/Kommunizieren, Problemlösen, Modellieren, Werkzeuge, Arithmetik/Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik) sind bei der Leistungs-feststellung angemessen zu berücksichtigen.

„Die Lernerfolgsüberprüfungen sind daher so anzulegen, dass sie den in den Fachkonferenzen beschlossenen Grundsätzen der Leistungsbewertung entsprechen, dass die Kriterien für die Notengebung den SuS transparent sind und die jeweilige Überprüfungsform den Lernenden auch Erkenntnisse über die individuelle Lernentwicklung ermöglicht. Die Beurteilung von Leistungen soll demnach mit der Diagnose des erreichten Lernstandes und individuellen Hin-weisen für das Weiterlernen verbunden werden. Wichtig für den weiteren Lernfortschritt ist es, bereits erreichte Kompetenzen herauszustellen und die Lernenden [...] zum Weiterlernen zu ermutigen. Dazu gehören auch Hinweise zu Erfolg versprechenden individuellen Lern-strategien. Den Eltern sollten im Rahmen der Lern- und Förderempfehlungen Wege auf-gezeigt werden, wie sie das Lernen ihrer Kinder unterstützen können.“ (Kernlehrplan Mathematik, S. 36)

2.3.1. Sonstige Mitarbeit

Es werden die im Leistungskonzept des Nord-Ost-Gymnasiums beschriebenen fächerübergreifenden Kriterien für die Leistungsanforderungen und Leistungsbewertung zugrunde gelegt.

2.3.2. Schriftliche Arbeiten

Klassenarbeiten und Klausuren dienen der schriftlichen Überprüfung von Lernergebnissen. Sie sind angemessen vorzubereiten und beziehen sich auf die im Unterricht vermittelten Kompetenzen und Inhalte.

„Die Aufgabenstellungen sollen die Vielfalt der im Unterricht erworbenen Kompetenzen und Arbeitsweisen widerspiegeln.“ So ist es empfehlenswert, einen Teil der Aufgaben dem reproduktiven oder operativen Bereich zu entnehmen. Darüber hinaus sollten Schülerinnen und Schüler zunehmend Aufgaben bearbeiten, bei denen es um Begründungen, Darstellung von Zusammenhängen, Interpretationen und kritische Reflexionen geht. Hierbei sind besonders auch die konkret formulierten prozessbezogenen Kompetenzen zu berücksichtigen. (vgl. KLP, S. 37)

In Klassenarbeiten und Klausuren sollen Aufgaben mit unterschiedlichem Anforderungsniveau vorhanden sein. Neben Aufgaben mit mittlerem Anforderungsbereich sollen auch ein-fache und komplexere, schwierigere Aufgaben vorkommen. In der Sekundarstufe II werden in den Klausuren die prozentualen Anteile der Anforderungsbereiche „Reproduzieren“ (AFB I), „Zusammenhänge herstellen“ (AFB II) und „Verallgemeinern und Reflektieren“ (AFB III) in
Anlehnung an die Vorgaben des Zentralabiturs berücksichtigt.

In Klassenarbeiten sollen auch Aufgabenformate berücksichtigt werden, die in Lernstandserhebungen und Abschlussarbeiten vorkommen. Darüber hinaus ist es im Sinne eines Spiralcurriculums wünschenswert, immer wieder Gelegenheiten zu suchen, um mathematische Inhalte, die schon vor längerer Zeit im Unterricht behandelt wurden, im Unterricht aufzufrischen und in einer Klassenarbeit aufzugreifen.

Bei der Korrektur ist es selbstverständlich, dass auch Teillösungen und Lösungsansätze hin-reichend bei der Punktevergabe berücksichtigt werden. Fehler, die sich durch Lösungswege als „Folgefehler“ hindurch ziehen, dürfen nur einmal zu Punktabzug führen.

Stellt ein Schüler fest, dass sein Lösungsweg einen Fehler enthält, weil z.B. das Ergebnis nicht plausibel erscheint, und macht er das durch einen geeigneten Kommentar deutlich, so ist dies bei der Bewertung positiv zu berücksichtigen. Es ist empfehlenswert, schon in der Sekundarstufe I die für das Abitur vorgeschriebenen Korrekturzeichen zu benutzen (nachzu-lesen in den Richtlinien Gymnasium/Gesamtschule Schriftenreihe NRW 4720, siehe Anhang).

Art der Darstellung, Präzision, Genauigkeit in der Ausdrucksweise und sprachliche Richtigkeit werden in der Regel mit 5 % der zu erreichenden Punkte berücksichtigt (lt. Fachkonferenzbeschluss).

Notengebung:
Das gesamte Notenspektrum von 1 bis 6 sollte zur Anwendung kommen.

Für die Zuordnung der Notenstufen wird in der Sekundarstufe I und I folgende Tabelle verwendet:

Note	Erreichter Prozentsatz
sehr gut plus sehr gut sehr gut minus	100-95 94-90 89-85
gut plus gut gut minus	84-80 79-75 74-70
befriedigend plus befriedigend befriedigend minus	69-65 64-60 59-55
ausreichend plus ausreichend ausreichend minus	54-50 49-45 44-40
mangelhaft plus mangelhaft mangelhaft minus	39-33 32-27 26-20
ungenügend	19-0

Anzahl und Dauer der Klassenarbeiten und Klausuren in den Jahrgangsstufen:
Sekundarstufe I:

5:	3 je Halbjahr	Dauer 45 min
6:	3 je Halbjahr	Dauer 45 min
7:	3 je Halbjahr	Dauer 45 min
	3. im 2. HJ Vergleichsarbeit über alle	Inhalte der Stufe 7.2)
8:	3 im 1. Halbjahr	Dauer max. 90 min
	2 im 2. Halbjahr	Dauer max. 90 min
	zusätzlich eine Lernstandserhebung	
9:	2 im 1. Halbjahr	Dauer 90 min
	3 im 2. Halbjahr	Dauer 90 min

	3. im 2. HJ Vergleichsarbeit über alle		Inhalte der Stufe 9.2)
Sekundarstufe II:			
EF:		2 je Halbjahr	Dauer 2 Unterrichtsstunden
Q1:	GK:	2 je Halbjahr	Dauer 2 Unterrichtsstunden
	LK:	2 je Halbjahr	Dauer 4 Unterrichtsstunden
Q2:	GK:	2 im 1. Halbjahr	Dauer 3 Unterrichtsstunden
			1 im 2. Halbjahr (falls Abiturfach) Dauer 3 Zeitstunden
	LK:	2 im 1. Halbjahr	Dauer 5 Unterrichtsstunden
		1 im 2. Halbjahr	Dauer 4,25 Zeitstunden

Aufgrund der Verwendung des GTRs werden ab der EF die Klausuren in zwei Teile geteilt:
Der erste Teil wird ohne Verwendung des GTRs bearbeitet. Dieser Teil sollte in der EF eine Bearbeitungszeit von maximal 20 Minuten umfassen. Dieser Zeitraum erhöht sich in der Q1 und Q2 abhängig davon, ob die Schülerinnen und Schüler den Grundkurs oder den Leistungskurs gewählt haben, auf maximal 45 Minuten (im Leistungskurs). Der zweite Teil wird in der restlichen Bearbeitungszeit mit dem GTR bearbeitet. Bei der zentralen Klausur am Ende der EF haben die Schülerinnen und Schüler 20 Minuten für den GTR-freien Teil, 80 Minuten für den zweiten Teil Zeit.
Ab der Q2 werden die Klausuraufgaben zusammen mit der Punkteverteilung den Schülerinnen und Schülern ausgegeben, in der EF und in der Q1 nicht.

2.3.3. Gesamtnote

Gemäß Schulgesetz §48 werden beide Beurteilungsbereiche bei der Gesamtnote angemessen berücksichtigt. Für das Fach Mathematik heißt dies: zu je 50% (siehe Kernlehrplan S. 36). Bei der Entscheidung zwischen 2 Notenstufen entscheidet sich der Fachlehrer/die Fachlehrerin auf Grund der Gesamtentwicklung im Schuljahr und auf der Basis des individuellen Lernfortschritts für eine der beiden in Frage kommenden Noten.
Die Ergebnisse der Lernstandserhebungen in Klassenstufe 8 werden nicht berücksichtigt.

2.3.4. Beraten und Fördern

Im Rahmen unseres Förderkonzeptes werden mittels Diagnostik Lernstände ermittelt sowie besondere Begabungen bzw. Defizite identifiziert, um darauf aufbauend Schülerinnen und Schüler sowie Eltern über die möglichen und sinnvollen Fördermaßnahmen beraten zu können. So werden nach Durchführung eines Tests die Mathematikfähigkeiten und- fertigkeiten der Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 6 in drei Niveaustufen ermittelt. Anhand der Ergebnisse wird individuelles Fördermaterial zur Verwendung im Unterricht bzw. in den Lernzeiten zusammengestellt. Ein Nachtest im 2. Halbjahr passt das Fördermaterial dem veränderten Leistungsstand der jeweiligen Schülerin bzw. des jeweiligen Schülers an.

2.4 Lehr- und Lernmittel

In der Sekundarstufe I ist das Lehrwerk „Neue Wege" aus dem Schroedel Verlag verbindlich eingeführt. Das Buch wird den Schülerinnen und Schülern geliehen.

In der Sekundarstufe II wird das Buch in der EF und im Leistungskurs mit Hilfe des Eigenanteils angeschafft. Das Grundkursbuch ist durch die Schülerinnen und Schüler von der Schule auszuleihen. In der Sekundarstufe II sind die Bücher aus dem Cornelsen Verlag mit dem Namen „Mathematik" von den Herausgebern Dr. Anton Bigalke und Dr. Norbert Köhler verbindlich eingeführt.

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Die Fachkonferenz erstellt eine Übersicht über die Zusammenarbeit mit anderen Fächern, trifft fach- und aufgabenfeldbezogene sowie übergreifende Absprachen, z. B. zur Arbeitsteilung bei der Entwicklung crosscurricularer Kompetenzen (ggf. Methodentage, Projektwoche, Facharbeitsvorbereitung, Schulprofil…) und über eine Nutzung besonderer außerschulischer Lernorte.

Die Fachkonferenz Mathematik steht im regen Austausch mit den 3 Naturwissenschaften Biologie, Chemie und Physik und eruiert im Schuljahr 2015/6 die Möglichkeiten fächerübergreifender Unterichtsvorhaben im Lehrplan verbindlich festzulegen.

Wettbewerbe

Die Schülerinnen und Schüler aller Klassen und Jahrgangsstufen werden zur Teilnahme am Känguru- Wettbewerb und ähnlichen Wettbewerben motiviert.

Vorbereitung auf die Erstellung der Facharbeit

Spätestens im ersten Halbjahr der Qualifikationsphase werden im Unterricht an geeigneten Stellen Hinweise zur Erstellung von Facharbeiten gegeben. Das betrifft u. a. Themenvorschläge, Hinweise zu den Anforderungen und zur Bewertung.

Exkursionen

Zum Abschluss der Sekundarstufe I findet eine Exkursion zum mathematischen Schülerlabor der Ruhr Universität Bochum statt.

Der Leistungskurs besucht eine Anfangsvorlesung der Universität Duisburg Essen.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument" zu betrachten. Dementsprechend sind die Inhalte stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz (als professionelle Lerngemeinschaft) trägt durch diesen Prozess zur Qualitäts-entwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Durch parallele Klausuren (vgl. 2.3.2) in den Grundkursen, durch Diskussion der Aufgabenstellung von Klausuren in Fachdienstbesprechungen und eine regelmäßige Erörterung der Ergebnisse von Leistungsüberprüfungen insbesondere der Lernstands-erhebungen und der internen Vergleichsarbeiten wird ein hohes Maß an fachlicher Qualitätssicherung erreicht.

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig nach Ende der Einführungsphase im Sommer 2015 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.